PART3 直線の方程式

要点① 1 次方程式 $ax+by+c=0$ の表す図形

x, y の方程式を満たす点 (x, y) 全体からできる図形を「方程式の表す図形」といい，その方程式を「図形の方程式」という。

x, y の 1 次方程式 $ax+by+c=0$ の表す図形を考える。

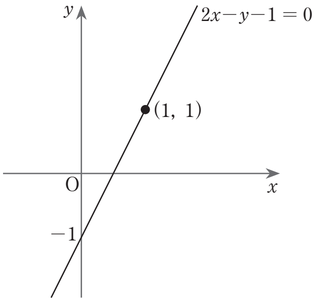
例 方程式 $2x-y-1=0$ の表す図形について

この方程式を y について解くと

$y=2x-1$

よって，方程式 $2x-y-1=0$ の表す図形は，

が 2,　　　が -1 の　　　である。

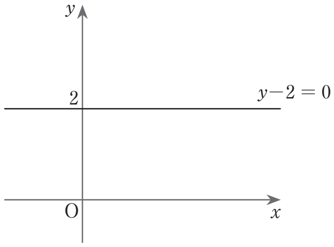


方程式 $y-2=0$ の表す図形について

この方程式を y について解くと　$y=2$

よって，方程式 $y-2=0$ の表す図形は，

点 $(0, 2)$ を通り，　　　　　　　　　である。

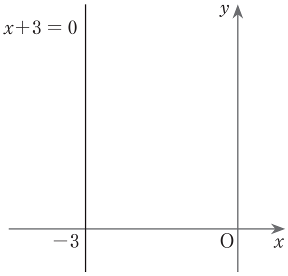


方程式 $x+3=0$ の表す図形について

この方程式を x について解くと $x=-3$

よって，方程式 $x+3=0$ の表す図形は，

点 $(-3, 0)$ を通り，　　　　　　　　　である。



一般に，x, y の 1 次方程式 $ax+by+c=0$(a, b, c は定数，$a \neq 0$ または $b \neq 0$)の表す図形を，「直線 $ax+by+c=0$」といい，この方程式 $ax+by+c=0$ を，「直線の方程式」という。

逆に，座標平面上のすべての直線は，x, y の 1 次方程式 $ax+by+c=0$(a, b, c は定数，$a \neq 0$ または $b \neq 0$)で表される。

要点 ②　直線の方程式のいろいろな形

　点 (1，2) を通り，傾きが 3 の直線の方程式を求める。

傾きが 3 の直線の方程式は　　　　　　　……　①　と表される。

①が点 (1，2) を通るので　　　　　　　……　②

　　　　より

よって，$y=3(x-1)+2$　より　$y=3x-1$

一般に，次のことが成り立つ。

> **直線の方程式①**
>
> 点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は
>
> $$y-y_1=m(x-x_1)$$

例　点 (2，−3) を通り，傾きが −4 の直線の方程式は

$$y \qquad = \qquad (x \qquad) \qquad \text{よって} \quad y=-4x+5$$

2 点 (2，1)，(5，3) を通る直線の方程式を求める。

この直線の傾きは $\frac{\qquad}{\qquad}=$ 　　であることから，求める直線の方程式は

$$y \qquad = \qquad (x \qquad) \quad \text{よって} \quad y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$$

一般に，次のことが成り立つ。

> **直線の方程式②**
>
> 異なる 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は
>
> $x_1 \neq x_2$ のとき　$y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$
>
> $x_1=x_2$ のとき　$x=x_1$

例　2 点 (−1，4)，(2，−2) を通る直線の方程式は

$$y \qquad = \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}\{x \qquad\qquad\}$$

$$y-4=-2(x+1) \qquad \text{よって} \quad y=-2x+2$$

3 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(2,\ 1)$ を通り，傾きが 3

(2) 点 $(4,\ 1)$ を通り，x 軸に平行

(3) 2点 $(-1,\ 2)$，$(4,\ -2)$ を通る

(4) 2点 $(-3,\ 0)$，$(-3,\ 5)$ を通る

Point Pickup

直線の方程式

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は

$$y-y_1=m(x-x_1) \iff y=m(x-x_1)+y_1$$

異なる2点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は

$x_1 \neq x_2$ のとき $\quad y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1) \Leftrightarrow y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$

$x_1=x_2$ のとき $\quad x=x_1$

第 5 講　PART3 確認問題

次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

1　点 (1, 3) を通り，傾きが 2

$y=$ ［ア］ $x+$ ［イ］

2　点 (2, 5) を通り，x 軸に平行

［ウ］

①　$x=2$　②　$y=5$　③　$y=\frac{5}{2}x$　④　$y=\frac{5}{2}$

3　2 点 (1, 2), (3, −4) を通る

$y=-$ ［エ］ $x+$ ［オ］

4　2 点 (3, 1), (3, 7) を通る

［カ］

①　$y=7x$　②　$y=\frac{7}{3}x$　③　$x=3$　④　$y=6$

PART3 直線の方程式

3 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(2,\ 1)$ を通り，傾きが 3

(2) 点 $(4,\ 1)$ を通り，x 軸に平行

(3) 2 点 $(-1,\ 2)$，$(4,\ -2)$ を通る

(4) 2 点 $(-3,\ 0)$，$(-3,\ 5)$ を通る

[解答]

(1) $y-1=3(x-2)$　　$y=3(x-2)+1$　　よって　$y=3x-5$

(2) $y=1$

(3) $y-2=\dfrac{-2-2}{4-(-1)}\{x-(-1)\}$　　$y=-\dfrac{4}{5}(x+1)+2$　　よって　$y=-\dfrac{4}{5}x+\dfrac{6}{5}$

(4) $x=-3$

第 5 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：1

[解説]

点 $(1,\ 3)$ を通り，傾きが 2 の直線の方程式は

$$y-3=2(x-1) \quad \text{[A]}$$

$$y=2(x-1)+3$$

よって　$\boldsymbol{y=2x+1}$

> [A]　点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は
> $y-y_1=m(x-x_1)$

2

[正解] ウ：②

[解説]

点 $(2,\ 5)$ を通り，x 軸に平行な直線は，傾きが 0 であるから [B]

$$y-5=0\cdot(x-2)$$

よって　$\boldsymbol{y=5}$

> [B]　x 軸に平行な直線の傾きは 0 である。

3

[正解] エ：3，オ：5

[解説]

2 点 $(1,\ 2)$，$(3,\ -4)$ を通る直線の方程式は

$$y-2=\frac{-4-2}{3-1}(x-1) \quad \text{[C]}$$

$$y=-3(x-1)+2$$

よって　$\boldsymbol{y=-3x+5}$

> [C]　異なる 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は，$x_1 \neq x_2$ のとき
> $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

4

[正解] カ：③

[解説]

2 点 $(3,\ 1)$，$(3,\ 7)$ を通る直線の方程式は，2 点の x 座標がともに 3 であるから

$$\boldsymbol{x=3} \quad \text{[D]}$$

> [D]　異なる 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は，$x_1=x_2$ のとき
> $x=x_1$